Unidad I: Técnicas de conteo

1.1 Principio aditivo

Si se desea llevar a efecto una actividad, la cual tiene formas alternativas para ser realizada, donde la primera de esas alternativas puede ser realizada de M maneras o formas, la segunda alternativa puede realizarse de N maneras o formas … y la última de las alternativas puede ser realizada de W maneras o formas, entonces esa actividad puede ser llevada a cabo.

1.2 Principio multiplicativo

Si hay m formas de hacer una cosa y hay n formas de hacer otra cosa, hay m x n formas da hacer ambas cosas

Utilizando una fórmula: Número total de arreglos = m x n

Esto puede ser extendido a más de 2 eventos, para 3 eventos, m, n, y o: Núm. total de arreglos = m x n x o

Ejemplo: Un vendedor de autos desea mostrar a sus clientes todas las diferentes opciones con que cuenta, auto convertible, auto de 2 puertas y auto de 4 puertas, cualquiera de ellos con rines deportivos o estándar.

¿Cuántos diferentes arreglos de autos y rines puede ofrecer el vendedor?

Para solucionar el problema podemos emplear la técnica de la multiplicación, (donde m es número de modelos y n es el número de tipos de rin).

Número total de arreglos = 3 x 2 = 6

1.3 Notación Factorial

Para todo número natural n, se llama n factorial o factorial de n, al producto de todos los naturales desde 1 hasta n.

Que de un modo resumido, se puede expresar como:

Se define 0! = 1, para que la relación n! = n × (n − 1)! sea también válida para n = 1. Esta relación permite definir los factoriales por recursividad.

Por ejemplo, 5! = 5·4·3·2·1 = 120

Por definición el factorial de 0 es 1: 0!=1

1.4 Permutaciones

La permutación es aplicada para encontrar el número posible de arreglos donde hay solo u grupo de objetos. Como ilustración analizaremos el siguiente problema: Tres componentes electrónicos - un transistor, un capacitor, y un diodo - serán ensamblados en una tablilla de una televisión. Los componentes pueden ser ensamblados en cualquier orden. ¿De cuantas diferentes maneras pueden ser ensamblados los tres componentes?

Las diferentes maneras de ensamblar los componentes son llamadas permutaciones, y son las siguientes:

T D C D T C C D T
T C D D C T C T D

Permutación: Todos los arreglos de r objetos seleccionados de n objetos posibles La fórmula empleada para contar el número total de diferentes permutaciones es:

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Donde:nPr es el número de permutaciones posibles

n es el número total de objetos

r es el número de objetos utilizados en un mismo momento

$$_nP_r = \frac{n!}{} = 3! = 3 \times 2 = 6$$

$(n - r)!$

$(3 - 3)!$

Ejemplo:

Suponga que hay ocho tipos de computadora pero solo tres espacios disponibles para exhibirlas en la tienda de computadoras. ¿De cuantas maneras diferentes pueden ser arregladas las 8 máquinas en los tres espacios disponibles?

$$n P r = \frac{n!}{(n - r)!} = \frac{8!}{(8 - 3)!} = \frac{8!}{5!} = 336$$

En el análisis anterior los arreglos no presentan repeticiones, es decir, no hay dos espacios disponibles con el mismo tipo de computadora.

1.5 Combinaciones

En una permutación, el orden de los objetos de cada posible resultado es diferente. Si el orden de los objetos no es importante, cada uno de estos resultados se denomina combinación. Por ejemplo, si se quiere formar un equipo de trabajo formado por 2 personas seleccionadas de un grupo de tres (A, B y C). Si en el equipo hay dos funciones diferentes, entonces si importa el orden, los resultados serán permutaciones. Por el contrario si en el equipo no hay funciones definidas, entonces no importa el orden y los resultados serán combinaciones. Los resultados en ambos casos son los siguientes:

Permutaciones: AB, AC, BA, CA, BC, CB

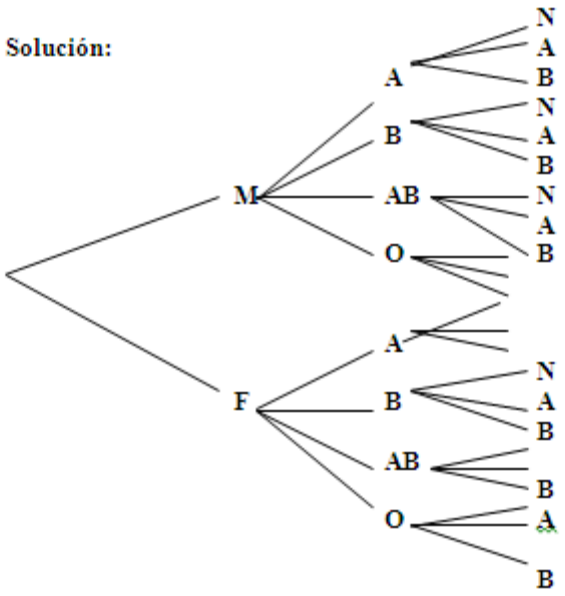
Combinaciones: AB, AC, BC

1.6 Diagrama de Árbol

Un diagrama de árbol es una representación gráfica de un experimento que consta de r pasos, donde cada uno de los pasos tiene un número finito de maneras de ser llevado a cabo.

Ejemplos:

Un médico general clasifica a sus pacientes de acuerdo a: su sexo (masculino o femenino), tipo de sangre (A, B, AB u O) y en cuanto a la presión sanguínea (Normal, Alta o Baja). Mediante un diagrama de árbol diga en cuantas clasificaciones pueden estar los pacientes de este médico



1.7 Teorema del Binomio

El teorema del binomio, también llamado binomio de Newton, expresa la enésima potencia de un binomio como un polinomio. El desarrollo del binomio (a + b)^n posee singular importancia ya que aparece con mucha frecuencia en Matemáticas y posee diversas aplicaciones en otras áreas del conocimiento.

FÓRMULA GENERAL DEL BINOMIO

Sea un binomio de la forma (a +b).

Si a este binomio se le multiplica sucesivamente por si mismo se obtienen las siguientes potencias:

$$(a+b)^1 = a+b$$

$$(a+b)^2 = \underbrace{(a+b)(a+b)}_{2\ veces} = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = \underbrace{(a+b)(a+b)(a+b)}_{3\ veces} = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = \underbrace{(a+b)\cdots(a+b)}_{4\ veces} = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = \underbrace{(a+b)\cdots(a+b)}_{5\ veces} = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

$$(a+b)^6 = \underbrace{(a+b)\cdots(a+b)}_{6\ veces} = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$